

Chapitre 16

16

Table de récurrence et graphe

Vous pouvez entrer deux formules pour chacun des trois types de récurrences, que vous pouvez utiliser pour créer une table et tracer des graphes.

- Terme général de la séquence $\{a_n\}$, constitué de a_n et n
- Formules de récurrence linéaire entre deux termes constitués de a_{n+1} , a_n , et n
- Formules de récurrence linéaire entre trois termes constitués de a_{n+2} , a_{n+1} , a_n , et n

16-1 Avant d'utiliser une table de récurrence et une fonction graphique

16-2 Entrée d'une formule de récurrence et génération d'une table

16-3 Édition d'une table et tracé de graphes

16-1 Avant d'utiliser une table de récurrence et une fonction graphique

●Pour entrer en mode RECUR

Sur le menu principal, sélectionnez le symbole **RECUR** et entrez dans le mode RECUR. Le menu de récurrence apparaît.

Zone de stockage sélectionnée
Appuyez sur \blacktriangle et \blacktriangledown pour changer de sélection.

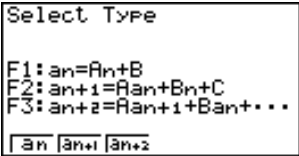


- Toutes les formules de récurrence qui sont stockées dans la mémoire apparaissent dans le menu de récurrence.
- **{SEL+C}** ... {menu pour le contrôle de la génération d'une table et la couleur du graphe}
 - **{SEL}** ... {génération/non génération de formule de récurrence}
- **{DEL}** ... {suppression d'une formule de récurrence}
- **{TYPE}** ... {définition du type de formule de récurrence}
- **{n, an ...}** ... {menu pour l'entrée de la variable n et des termes généraux a_n et b_n }
- **{RANG}** ... {écran de réglage de plage de la table}
- **{TABL}** ... {génération d'une table de formules de récurrence}

●Pour définir le type de formule de récurrence

Avant d'entrer une formule de récurrence, vous devez en définir le type.

1. Sur le menu de récurrence, appuyez sur **[F3]** (TYPE).



- Sur l'écran, " $a_n = An + B$ " est le terme général ($a_n = A \times n + B$) de $\{a_n\}$.
2. Appuyez sur la touche de fonction correspondant au type de formule de récurrence que vous voulez.
- $\{a_n\}/\{a_{n+1}\}/\{a_{n+2}\}$... {terme général de la séquence $\{a_n\}$ }/{récurrence linéaire entre deux termes}/{récurrence linéaire entre trois termes}

16-2 Entrée d'une formule de récurrence et génération d'une table


P.225

Exemple 1 Entrer $a_{n+1} = 2a_n + 1$ et créer une table de valeurs avec la valeur de n changeant de 1 à 6

Définir $a_1 = 1$.

- Définissez une récurrence linéaire comme type de formule de récurrence entre deux termes, puis entrez la formule.

[2] [F4] ($n, a_n \dots$) [F2] (a_n) [+] [1]

Recursion
 $a_{n+1}=2a_n+1$

- Appuyez sur [EXE] [F5] (RANG) pour afficher l'écran de réglage de plage de table, qui contient les paramètres suivants.

- $\{a_0\}/\{a_1\} \dots$ Réglage de la valeur pour $\{a_0(b_0)\}/\{a_1(b_1)\}$

Les réglages de plage définissent les conditions permettant de contrôler la valeur de la variable n dans la formule de récurrence et le terme initial de la table de valeurs numériques. Vous devriez toujours définir aussi un point initial pour le pointeur lorsque vous tracez un graphe de convergence/divergence (graphe WEB) pour une formule de récurrence linéaire entre deux termes.

Start Valeur initiale de la variable n
End Valeur finale de la variable n
 a_0, b_0 Valeur du 0ème terme a_0/b_0 ($a_1, b_1 \dots$ Valeur du 1er terme a_1/b_1)
 a_n Str, b_n Str Point initial du pointeur pour le graphe de convergence/divergence (graphe WEB)

- La valeur de la variable n change par incréments de 1.

- Définissez la plage de la table.

[F2] (a_1)

[1] [EXE] [6] [EXE] [1] [EXE]

Table Range n+1
Start: 1
End : 6
a1 : 1

- Affichez la table de la formule de récurrence. Un menu de fonctions apparaît au bas de l'écran.

[EXIT] [F6] (TABL)

Élément actuellement sélectionné
(six chiffres maximum)

$n+1$	$2a_n+1$
1	1
2	3
3	7
4	15

FORM DEL
WEB G·CON G·FLT

Valeur de l'élément actuellement sélectionné



- Les valeurs des éléments de la table indiquent des entiers positifs de six chiffres au maximum, et des entiers négatifs de cinq chiffres (un chiffre est utilisé pour le signe négatif). L'affichage exponentiel peut utiliser jusqu'à trois chiffres significatifs.
- Vous pouvez voir toute la valeur attribuée à un élément en utilisant les touches de curseur pour mettre en surbrillance l'élément dont vous voulez voir la valeur.
- Vous pouvez aussi afficher les sommes des termes (Σa_n ou Σb_n) en activant l'affichage Σ .

$n+1$	$3n+1$	$\Sigma 3n+1$
1	1	1
2	3	4
3	7	11
4	15	26

FORM DEL WEB T.CON C-PLT 1

Exemple 2 Entrer $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ (Série Fibonacci) et créer une table de valeurs avec la valeur de n changeant de 1 à 6

Définir $a_1 = 1$ et $a_2 = 1$.

1. Définissez une récurrence linéaire comme type de formule de récurrence entre trois termes, puis entrez la formule.

F3 (TYPE) **F3** (a_{n+2}) **F4** (n, a_{n+1}, a_n)

F3 (a_{n+1}) **+** **F2** (a_n)

Recursion
 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

2. Appuyez sur **EXE** puis sur **F5** (RANG) pour afficher l'écran de réglage de plage de table, qui contient les paramètres suivants.

- $\{a_0\} \setminus \{a_1\} \dots$ valeurs pour $\{a_0 (b_0)$ et $a_1 (b_1)\} \setminus \{a_1 (b_1)$ et $a_2 (b_2)\}$

Les réglages de plage définissent les conditions permettant de contrôler la valeur de la variable n dans la formule de récurrence et le terme initial de la table de valeurs numériques.

Start Valeur initiale de la variable n

End Valeur finale de la variable n

a_0, a_1, a_2 Valeurs du 0ème terme a_0/b_0 , 1er terme a_1/b_1 , et 2ème terme a_2/b_2 .

- La valeur de la variable n change par incréments de 1.

3. Définissez la plage de la table.

F2 (a_1)

1 **EXE** **6** **EXE** **1** **EXE** **1** **EXE**

Table Range n+2
Start: 1
End : 6
 a_1 : 1
 a_2 : 1

4. Affichez la table de la formule de récurrence. Un menu de fonctions apparaît au bas de l'écran.

EXIT **F6** (TABL)

Élément actuellement sélectionné
(six chiffres maximum)

$n+2$	$3n+2$	
1	1	
2	2	
3	2	
4	3	
		1
FORM DEL		N-CON G-PLT

Valeur dans l'élément en surbrillance



- Une seule table de récurrence peut être stockée à la fois dans la mémoire.
- Sauf pour l'expression linéaire n , toutes les expressions suivantes peuvent être entrées comme terme général $\{a_n\}$ pour créer une table : expressions exponentielles (comme $a_n = 2^n - 1$), expressions fractionnaires (comme $a_n = (n + 1)/n$), expressions irrationnelles (comme $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$), expressions trigonométriques (comme $a_n = \sin 2n\pi$).
- Notez les points suivants lorsque vous définissez une table.
 - Si une valeur négative est définie comme valeur initiale ou finale, la calculatrice laisse tomber le signe négatif. Si une valeur décimale ou une fraction est définie, la machine n'utilise que la partie entière de la valeur.
 - Lorsque Start = 0 et a_1/b_1 est sélectionné comme terme initial, la calculatrice se règle sur Start = 1 et génère la table.
 - Lorsque Start > End, la calculatrice échange les valeurs Start et End et génère la table.
 - Lorsque Start = End, la calculatrice génère une table pour les valeurs Start seulement.
 - Si la valeur initiale est très grande, la machine mettra un temps considérable à créer une table de récurrence linéaire entre deux termes et entre trois termes.
- Le changement de l'unité d'angle pendant que la table créée à partir d'une expression trigonométrique est à l'écran ne change pas les valeurs affichées. Pour que les valeurs de la table soient mises à jour, affichez la table, appuyez sur **F1** (FORM), changez l'unité d'angle, puis appuyez sur **F6** (TABL).

● Pour définir la génération ou non d'une table

Exemple Définir la génération d'une table pour la formule de récurrence $a_{n+1} = 2a_n + 1$ quand deux formules sont stockées



[F1] (SEL+C) [F1] (SEL) ... [F1] (SEL)

[EXIT]

(Sélectionne la formule de récurrence pour laquelle aucune table ne doit être générée et définit le statut sans génération.)

```
Recursion
an+1=2an+1
bn+1=bn+1
```

Surbrillance annulée

[F6] (TABL)

(Génère une table.)

$n+1$	$2n+1$
1	1
2	3
3	7
4	15

FORM DEL WEB G-CON G-FLT 1

• A chaque pression de [F1] (SEL), le statut de la table change.

● Pour changer le contenu d'une formule de récurrence

Le changement du contenu d'une formule de récurrence met à jour les valeurs de la table selon les réglages actuels de la page.

Exemple Remplacer $a_{n+1} = 2a_n + 1$ par $a_{n+1} = 2a_n - 3$

▶ (Fait apparaître le curseur.)

▶ ▶ [3] [EXE]

(Change le contenu de la formule.)

[F6] (TABL)

```
Recursion
an+1=2an-3
```

$n+1$	$2n+1$
1	1
2	-1
3	-5
4	-13

FORM DEL WEB G-CON G-FLT 1

● Pour supprimer une formule de récurrence

- Utilisez ▲ et ▼ pour mettre la formule que vous voulez supprimer en surbrillance, puis appuyez sur [F2] (DEL).
- Appuyez sur [F1] (YES) pour supprimer la formule ou sur [F6] (NO) pour abandonner l'opération sans rien supprimer.



●Pour définir la couleur d'affichage ({BLUE}/{ORNG}/{GRN})

La couleur d'affichage d'un graphe est par défaut bleu. Procédez de la manière suivante pour changer la couleur d'un graphe en orange ou vert.

1. Affichez le menu de récurrence, puis utilisez ▲ et ▼ pour mettre en surbrillance la formule dont la couleur de graphe doit être changée.
2. Appuyez sur **F1** (SEL+C).
3. Appuyez sur la touche de fonction qui correspond à la couleur que vous voulez définir.

●Pour définir le statut avec/sans tracé d'une formule ({SEL})

Vous avez le choix entre deux options pour le statut avec/sans tracé d'un graphe de formule de récurrence.

- Tracé du graphe pour la formule de récurrence sélectionnée seulement
- Superposition des graphes pour les deux formules de récurrence

Pour définir le statut avec/sans tracé, procédez de même que pour définir le statut avec/sans génération de table.

●Pour définir le type de données à marquer (Σ Display: On)

Vous pouvez définir deux types de données.

- a_n sur l'axe vertical, n sur l'axe horizontal
- Σa_n sur l'axe vertical, n sur l'axe horizontal

Dans le menu de fonctions qui apparaît quand une table est à l'écran, appuyez sur **F5** (G·CON) ou **F6** (G·PLT) pour afficher le menu de données de point.

- $\{a_n\}/\{\Sigma a_n\}$... $\{a_n\}/\{\Sigma a_n\}$ sur l'axe vertical, n sur l'axe horizontal

Exemple 1 Tracé le graphe de $a_{n+1} = 2a_n + 1$ avec a_n sur l'axe vertical et n sur l'axe horizontal et les points connectés

Réglez les paramètres suivants sur la fenêtre d'affichage.

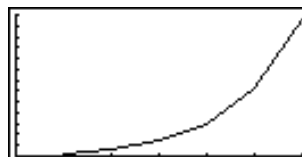
Xmin = 0	Ymin = 0
Xmax = 6	Ymax = 65
Xscale = 1	Yscale = 5

F6 (TABL) **F5** (G·CON)

(Sélectionne le type connecté.)

F1 (a_n)

(Trace le graphe avec a_n sur l'axe vertical.)



Exemple 2 Tracer le graphe de $a_{n+1} = 2a_n + 1$ avec Σa_n sur l'axe vertical et n sur l'axe horizontal avec des points déconnectés

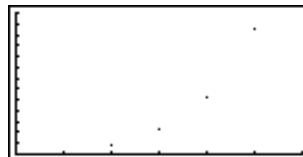
Utilisez les paramètres de fenêtre d'affichage de l'exemple 1.

F6 (TABL) **F6** (G-PLT)

(Sélectionne le type de points séparés.)

F6 (Σa_n)

(Trace le graphe avec Σa_n sur l'axe vertical.)



- Pour entrer une formule de récurrence différente après le tracé du graphe, appuyez sur **SHIFT** **QUIT**. Le menu de récurrence apparaît et vous pouvez entrer une nouvelle formule.

■ Tracé d'un graphe de convergence/divergence (graphe WEB)

Avec cette fonction, vous pouvez tracer le graphe de $a_{n+1} = f(a_n)$ avec a_{n+1} et a_n comme termes de récurrence linéaire entre deux termes, substitués respectivement pour y et x dans la fonction $y = f(x)$. Le graphe qui en résulte vous permet ensuite de déterminer s'il est convergent ou divergent.

Exemple 1 Déterminer si la formule de récurrence $a_{n+1} = -3a_n^2 + 3a_n$ est convergente ou divergente

Utilisez la plage de table suivante.

Start = 0 **End = 6**
 a_0 = 0.01 **a_n Str = 0.01**
 b_0 = 0.11 **b_n Str = 0.11**

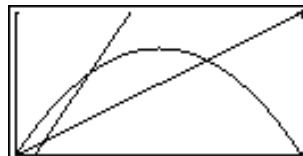
Utilisez les paramètres de fenêtre d'affichage suivants.

Xmin = 0 **Ymin = 0**
Xmax = 1 **Ymax = 1**
Xscale = 1 **Yscale = 1**

Pour cet exemple, on suppose que les deux formules de récurrence suivantes sont déjà stockées dans la mémoire.

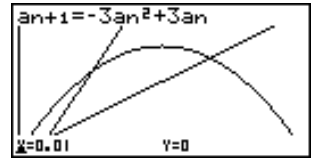
```
Recursion
an+1=-3an^2+3an
bn+1=3bn-0.2
```

1. Appuyez sur **F6** (TABL) **F4** (WEB) pour tracer le graphe.

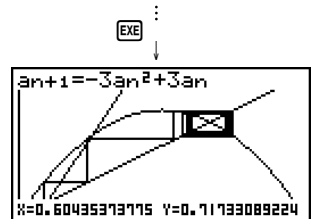
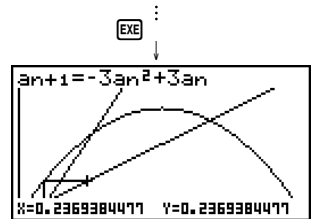


2. Appuyez sur **EXE**. Le pointeur apparaît à son point initial ($a_n \text{Str} = 0,01$).

- La valeur Y pour le point initial du pointeur est toujours 0.



3. A chaque pression sur **EXE** une sorte de toile d'araignée est tracée.



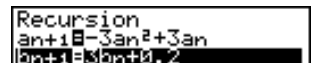
Ce graphe indique que la formule de récurrence $a_{n+1} = -3a_n^2 + 3a_n$ est convergente.

Exemple 2 Déterminer si la formule de récurrence $b_{n+1} = 3b_n + 0,2$ est convergente ou divergente

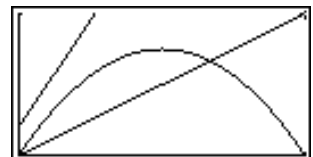
Utilisez la plage de table suivante.

Start = 0 End = 6
 $b_0 = 0.02$ $b_n \text{ Str} = 0.02$

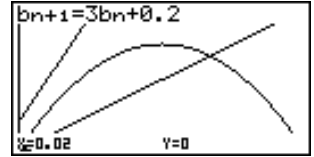
Utilisez les paramètres de fenêtre d'affichage de l'exemple 1.



1. Appuyez sur **F6** (TABL) **F4** (WEB) pour tracer le graphe.

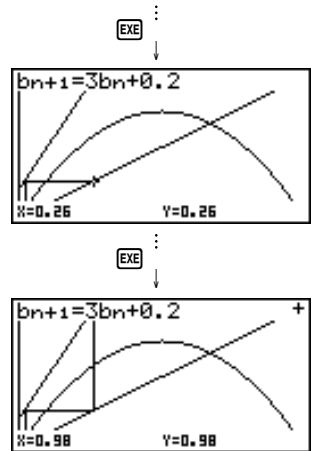


2. Appuyez sur **EXE** puis sur **▲** ou **▼** pour faire apparaître le pointeur à son point initial ($b_{nStr} = 0,02$).



- La valeur Y pour le point initial du pointeur est toujours 0.

3. A chaque pression sur **EXE** une sorte de toile d'araignée est tracée.



Ce graphe indique que la formule de récurrence $b_{n+1} = 3b_n + 0,2$ est divergente.

- L'entrée de b_n ou n dans l'expression a_{n+1} , ou l'entrée de a_n ou n dans l'expression b_{n+1} pour la récurrence linéaire entre deux termes cause une erreur.



■ Tracé du graphe d'une formule de récurrence en utilisant l'écran double

La sélection de "T+G" comme paramètre d'écran double sur le menu de configuration permet d'afficher le graphe et sa table de valeurs numériques en même temps.

Exemple Tracer le graphe de $a_{n+1} = 2a_n + 1$ de l'exemple 1, en affichant le graphe et sa table

Affichez l'écran de configuration et désignez "T+G" pour l'écran double, puis appuyez sur **EXIT**.

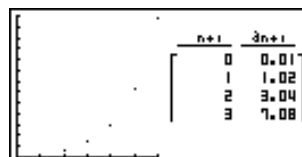
F6 (TABL)

(Indique la table.)

$n+1$	$2a_n+1$
0	0.01
1	1.02
2	3.04
3	7.08

F6 (G·PLT)

(Trace un graphe à points séparés.)



- Si vous appuyez sur **SHIFT F6** ($G \leftrightarrow T$) le graphe sur le côté gauche de l'écran double remplit tout l'écran. Notez que vous ne pouvez pas utiliser la fonction de dessin (Sketch) quand un graphe a été affiché en utilisant **SHIFT F6** ($G \leftrightarrow T$).